A History of Early Algebraic Topology

John McCleary, Vassar College

June 6, 2013

Toutes les voies
diverses où je m'étais
engagé successivement
me conduisaient
à l'*Analysis Situs*.

Henri Poincaré 1895

La situation d'abord du vingtième siècle

La situation d'abord du vingtième siècle

1) La croissance d'importance de l'abstraction

La situation d'abord du vingtième siècle

1) La croissance d'importance de l'abstraction

2) La fondation des centres d'activité; les grandes écoles

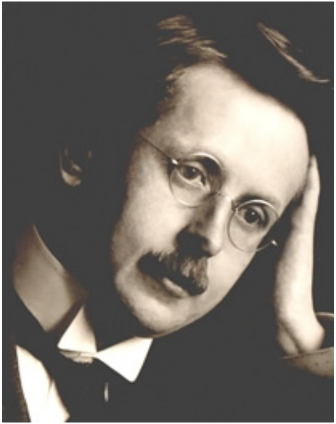
La situation d'abord du vingtième siècle

1) La croissance d'importance de l'abstraction

2) La fondation des centres d'activité; les grandes écoles

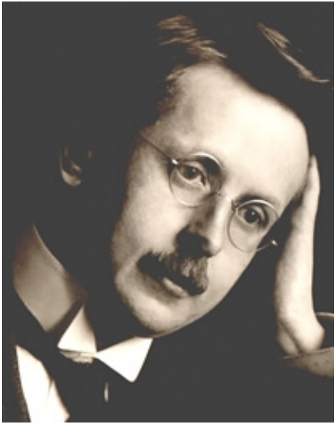
3) L'anxiété sur les erreurs

Hermann Weyl (1885–1955)



Análisis situs combinatorio, Revista Mathematica Hispano-Americana, **5**(1923), 43–69; **6**(1924), 1–9, 33–41.

Hermann Weyl (1885–1955)



Análisis situs combinatorio, Revista Mathematica Hispano-Americana, **5**(1923), 43–69; **6**(1924), 1–9, 33–41.

"The subject matter was not serious mathematics."

B. L. van der Waerden (1903–1996)

B. L. van der Waerden (1903–1996)

Combinatorial topology was a "battlefield of differing methods ...."

L. E. J. Brouwer (1881–1966)

…given the incompatibility of our views on fundamental matters, …we will forgo your co-operation in the editing of the *Annalen* and thus delete your name from the title page.

Hilbert

L. E. J. Brouwer (1881–1966)

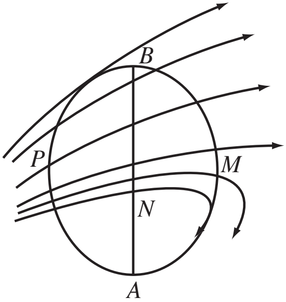
…given the incompatibility of our views on fundamental matters, …we will forgo your co-operation in the editing of the *Annalen* and thus delete your name from the title page.

Hilbert

…and editor of the *Annalen*, I have always considered myself obliged to reserve a large part of my time on behalf of coming young mathematicians, …

Brouwer

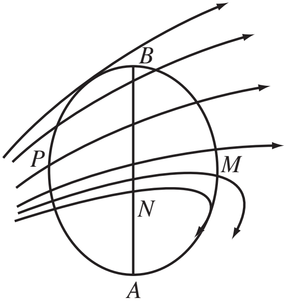
Sur les courbes définies par une équation différentielle (troisiéme partie), Journal des Math. (4)**1**)(1885), 167–244.



$$\text{ind. cycle} = \frac{e - i - 2}{2}$$

$$\text{ind.}\, APBMA = \text{ind.}\, ANBMA + \text{ind.}\, APBNA.$$

Sur les courbes définies par une équation différentielle (troisiéme partie), Journal des Math. (4)**1**)(1885), 167–244.



$$\text{ind. cycle} = \frac{e-i-2}{2}$$
$$\text{ind.}\, APBMA = \text{ind.}\, ANBMA + \text{ind.}\, APBNA.$$

$$\#noeuds - \#cols - \#foyers = \chi(S).$$

JOURNAL

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

ANALYSIS SITUS;

Par M. H. POINCARÉ.

INTRODUCTION.

La Géométrie à n dimensions a un objet réel; personne n'en doute aujourd'hui. Les êtres de l'hyperespace sont susceptibles de définitions précises comme ceux de l'espace ordinaire, et si nous ne pouvons nous les représenter, nous pouvons les concevoir et les étudier. Si donc, par exemple, la Mécanique à plus de trois dimensions doit être condamnée comme dépourvue de tout objet, il n'en est pas de même de l'Hypergéométrie.

La Géométrie, en effet, n'a pas pour unique raison d'être la description immédiate des corps qui tombent sous nos sens : elle est avant tout l'étude analytique d'un groupe; rien n'empêche, par conséquent, d'aborder d'autres groupes analogues et plus généraux.

Mais pourquoi, dira-t-on, ne pas conserver le langage analytique et le remplacer par un langage géométrique, qui perd tous ses avantages dès que les sens ne peuvent plus intervenir. C'est que ce langage nouveau est plus concis; c'est ensuite que l'analogie avec la Géométrie ordinaire peut créer des associations d'idées fécondes et suggérer des généralisations utiles.

Selon Poincaré, une variété est:

Selon Poincaré, une variété est:

1) comme l'ensemble des pointes reguliers qui satisfient une systeme des égalités et inégalités des fonctions différentielles de n variables

Selon Poincaré, une variété est:

1) comme l'ensemble des pointes reguliers qui satisfient une systeme des égalités et inégalités des fonctions différentielles de n variables

2) comme une chaine des domaines parametrizés par fonctions analytique (de maniere de la continuation analytique)

Selon Poincaré, une variété est:

1) comme l'ensemble des pointes reguliers qui satisfient une systeme des égalités et inégalités des fonctions différentielles de n variables

2) comme une chaine des domaines parametrizés par fonctions analytique (de maniere de la continuation analytique)

3) comme une somme des polyèdres qui satisfait particuliers conditions

Selon Poincaré, une variété est:

1) comme l'ensemble des pointes reguliers qui satisfient une systeme des égalités et inégalités des fonctions différentielles de n variables

2) comme une chaine des domaines parametrizés par fonctions analytique (de maniere de la continuation analytique)

3) comme une somme des polyèdres qui satisfait particuliers conditions

4) comme les methodes de Heegaard (*diagrams de Heegaard*)

Selon Poincaré, une variété est:

1) comme l'ensemble des pointes reguliers qui satisfient une systeme des égalités et inégalités des fonctions différentielles de n variables

2) comme une chaine des domaines parametrizés par fonctions analytique (de maniere de la continuation analytique)

3) comme une somme des polyèdres qui satisfait particuliers conditions

4) comme les methodes de Heegaard (*diagrams de Heegaard*)

Il a introduit les outils de la cobordisme, l'homologie, le groupe fundamental, l'idee de homéomorphisme ....

Beweis der Invarianz der Dimensionenzahl.

Von

L. E. J. Brouwer in Amsterdam.

Das Problem der Invarianz der Dimensionenzahl, d. h. der Unmöglichkeit, zwischen einer m-dimensionalen Mannigfaltigkeit und einer $(m+h)$-dimensionalen Mannigfaltigkeit ($h > 0$) eine eineindeutige und stetige Beziehung herzustellen, ist für den Fall $m \leqq 3$ von Lüroth gelöst worden.*) Im Folgenden soll der allgemeine Fall erledigt werden.

Über Abbildung von Mannigfaltigkeiten.*)

Von

L. E. J. Brouwer in Amsterdam.

---

§ 1.

Der Grad einer stetigen Abbildung einer geschlossenen zweiseitigen Mannigfaltigkeit.

Unter einem *Simplexsterne* des n-dimensionalen Zahlenraumes verstehen wir eine in einer Umgebung eines Punktes O überall dicht liegende, endliche Menge von nicht in das Innere voneinander eindringenden und den Punkt O als Eckpunkt besitzenden Simplexen, deren je zwei eine p-dimensionale $(0 \leqq p \leqq n-1)$ Seite gemeinsam haben, sonst aber keinen gemeinschaftlichen Punkt besitzen.

Unter einem *n-dimensionalen Elemente E* verstehen wir das eineindeutige und stetige Bild eines Simplexes S des n-dimensionalen Zahlenraumes.

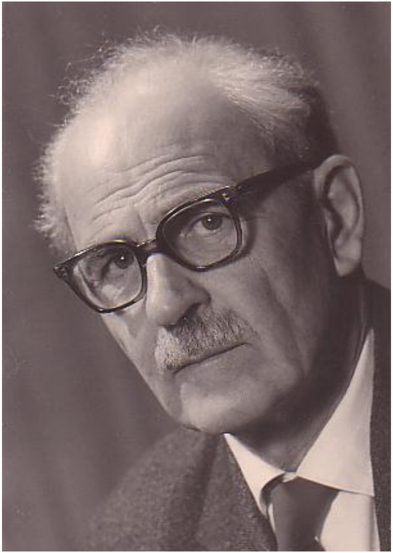
À Blaricum, Alexandroff , Brouwer, et Urysohn

Witold Hurewicz (1904–1956) et Hans Freudenthal (1905–1990)

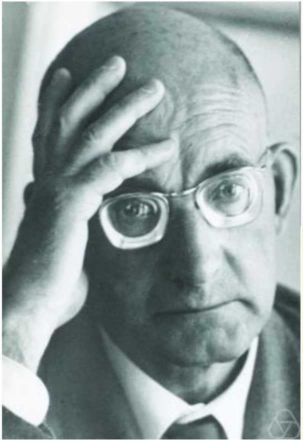
Emmy Noether

Helmut Kneser et Heinz Hopf

Leopold Vietoris (1891–2002)



Pavel S. Alexandroff (1896–1982) et Heinz Hopf (1894–1971)



Eduard Čech (1893–1960)

W. Hurewicz, Koninklijke Akademie van Wetenschappen, **38**(1935), 112–119; **38**(1935), 521–528; **39**(1936), 117–126; **39**(1936), 215–224. Tous communiqués par L. E. J. Brouwer.

Beiträge zur Topologie der Deformationen. I . Höherdimensionale Homotopiegruppen

Beiträge zur Topologie der Deformationen. II . Homotopie- und Homologiegruppen

Beiträge zur Topologie der Deformationen, III . Klassen und Homologietypen von Abbildungen

Beiträge zur Topologie der Deformationen, IV . Asphärische Räume

Une photo des participants à le1935 Moscou Conférence de la Topologie