

Bourbaki and Algebraic Topology

John McCleary, Vassar College

June 4, 2013

Café A. Capoulade, 63 boulevard Saint-Michel, Paris



Les Bourbakis originaux 1934

- ▶ Henri Cartan à Strasbourg (1904–2008)
- ▶ Claude Chevalley à Paris (1909–1984)
- ▶ Jean Delsarte à Nancy (1903–1968)
- ▶ Jean Dieudonné à Renne (1906–1992)
- ▶ René de Possel à Clermont-Ferrand (1905–1974)
- ▶ André Weil à Strasbourg (1906–1998)



Henri Cartan



André Weil



René de Possel

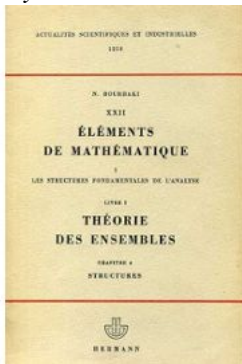


Jean Dieudonné



Claude Chevalley

Weil : « *fixer pour 25 ans les matières du certificat de calcul différentiel et intégral en rédigeant en commun un traité d'Analyse. Il est entendu que ce sera un traité aussi moderne que possible. Il faut faire un traité utile à tous : aux chercheurs (patentés ou non), aux « trouveurs », aux candidats aux fonctions de l'enseignement public, aux physiciens et à tous les techniciens.* »



La reunion du congrès Bourbaki, l'été 1935 Besse-en-Chandesse



“whatever was accepted would be incorporated without any credit to the author. Altogether, a truly unselfish, anonymous, demanding work by people striving to give the best possible exposition of basic mathematics, moved by their belief in its unity and ultimate simplicity.” [Borel]

SÉANCE DU 10 FÉVRIER 1941

TOPOLOGIE. — *Espaces minimaux et espaces complètement séparés.*

Note de M. NICOLAS BOURBAKI, présentée par M. Élie Cartan.

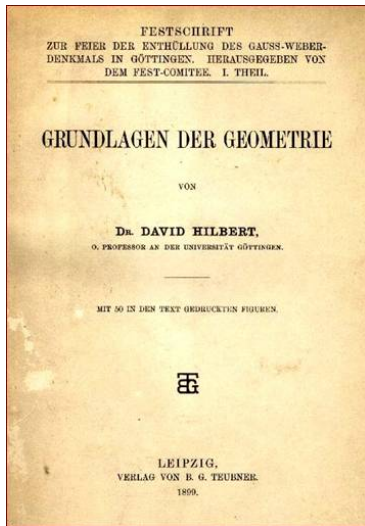
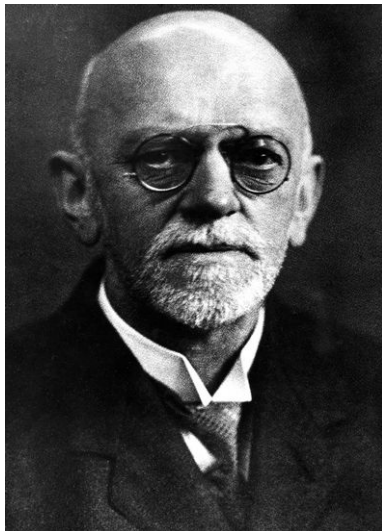
1. On sait que tout espace *compact* E possède la propriété suivante ⁽¹⁾ : toute application continue biunivoque de E sur un espace topologique séparé ⁽²⁾ est bicontinue. Je me propose principalement, dans cette Note,

⁽¹⁾ *Ann. Inst. Phys. Globe Strasbourg pour 1936*. Nouvelle série. 1, 3^e Partie, *Géophysique*, 1939, p. 7 ; pour 1937, 2, 1941, p. 9 ss.

⁽¹⁾ On en trouvera, par exemple, une démonstration dans mes *Éléments de mathématique*, Livre III, Chap. I, p. 63 (*Actualités scient. et industr.*, n° 858, Paris, 1940).

⁽²⁾ Rappelons qu'un espace est *séparé* ou *de Hausdorff* si, pour tout couple de points distincts a, b , il existe un voisinage de a et un voisinage de b sans point commun.

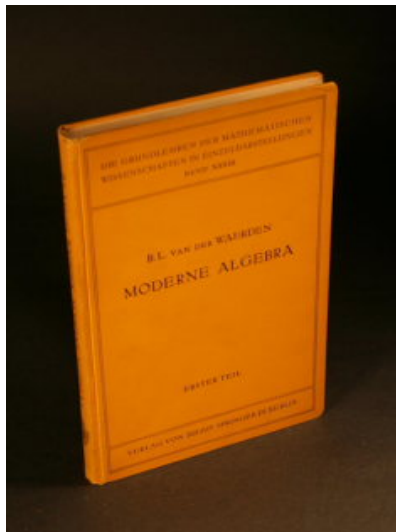
David Hilbert (1862–1943)



From Poincaré's Review of the *Grundlagen der Geometrie*

“The logical point of view alone appears to interest Professor Hilbert. Being given a sequence of propositions, he finds that all follow logically from the first. With the foundation of this first proposition, with its psychological origin, he does not concern himself The axioms are postulated; we do not know from whence they come; it is then as easy to postulate A as C His work is thus incomplete, but this is not a criticism I make against him. Incomplete one must indeed resign oneself to be. It is enough that he has made the philosophy of mathematics take a step forward . . .

B. L. van der Waerden (1903–1996)



Le premiere plan de Besse-en-Chandesse

- ▶ Ensembles abstraits (HC 20)
- ▶ Algèbre générale (Delsarte 120)
- ▶ Théorie des nombres réels (JD 15)
- ▶ Topologie: Théorèmes d'existence (AW, deP 300)
- ▶ Intégration (Mandelbrojt 100)
- ▶ Fonctions de variables réelles, séries, produits infinis, Inégalités: O et o (JD, CC 100)
- ▶ Calcul des formes différentielles (HC, AW 100)
- ▶ Géométrie (Ehresemann 100)
- ▶ Fonctions analytiques: partie générale (deP, Mandelbrojt 300)
- ▶ Fonctions spéciales (Coulomb, Chevalley, Dieudonné, Weil, Mandelbrojt 500+)

Journal de Bourbaki

Journal de Bourbaki

LA TRIBU

Bulletin oecuménique, apériodique et bourbachique

La Tribu of 3–15.IX.1940

- ▶ Livre 1. Théorie des Ensembles
- ▶ Livre 2. Algèbre
- ▶ Livre 3. Topologie générale
- ▶ Livre 4. Espaces vectoriels topologiques
- ▶ Livre 5. Techniques élémentaires du Calcul infinitésimal
- ▶ Livre 6. Intégration
- ▶ Livre 7. **Topologie combinatoire**
- ▶ Livre 8. Différentielles; variétés différentiables
- ▶ Livre 9. Calcul des variations
- ▶ Livre 10. Fonctions analytiques

La reunion du congrès Bourbaki, 1942, Clermont

- ▶ 1. Ensembles
- ▶ 2. Algèbre
- ▶ 3. Topologie générale
- ▶ 4. Fonctions d'une variable réelle (théorie élémentaire)
- ▶ 5. **Topologie combinatoire**
- ▶ 6. Espaces vectoriels topologiques
- ▶ 7. Calcul différentiel(y compris variétés différentiables)
- ▶ 8. Calcul intégral (y compris intégration des formes diff.)
- ▶ 9. Fonctions analytiques

- ▶ I^{re} Partie. Les structures fondamentales de l'Analyse
- ▶ II^e Partie. Analyse linéaire
- ▶ III^e Partie. Analyse algébrique
- ▶ IV^e Partie. **Topologie différentielle**

- ▶ I^{re} Partie. Les structures fondamentales de l'Analyse
- ▶ II^e Partie. Analyse linéaire
- ▶ III^e Partie. Analyse algébrique
- ▶ IV^e Partie. **Topologie différentielle**

Livre XXVII. Calcul numérique

- ▶ I^{re} Partie. Les structures fondamentales de l'Analyse
- ▶ II^e Partie. Analyse linéaire
- ▶ III^e Partie. Analyse algébrique
- ▶ IV^e Partie. **Topologie différentielle**

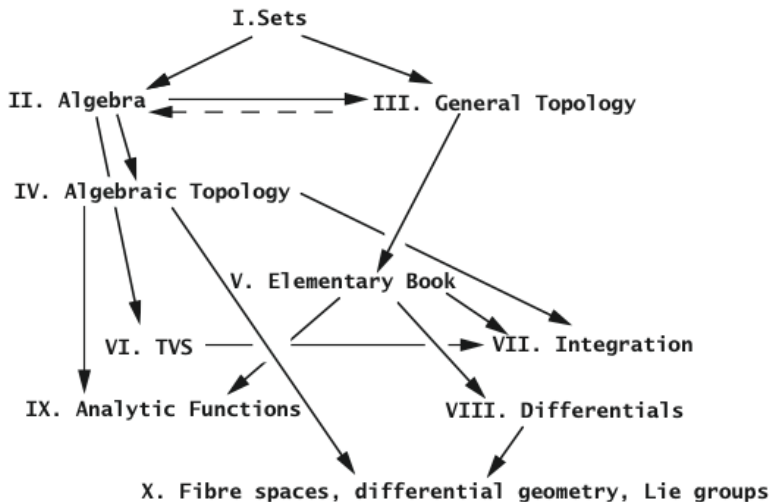
Livre XXVII. Calcul numérique

Volume approximatif: entre 7.000 et 10.000 pages.

LIVRE V. Ehresmann promet de diffuser son cours de l'année, pour servir au débrouillement de la question, ainsi qu'un rapport sur les diverses méthodes actuellement en usage.

LIVRE V. Ehresmann promet de diffuser son cours de l'année, pour servir au débrouillement de la question, ainsi qu'un rapport sur les diverses méthodes actuellement en usage.

“le récent Congrès Bourbaki que s'est tenu à Paris du 6 au 8 Avril 1944 n'on a pas moins réalisé au progrès important et depuis longtemps souhaité par la rédaction: le démarrage de la Topologie algébrique.”



11-15.IV.1945 Congress in Paris, from La Tribu no. 8

Le Filtre

O puissant, ô formel, ô toi clair Bourbaki,
Vas-tu nous déchirer dans us accès de crise
Le Goursat filandreux, miroir de l'Analyse
Défenser attardé d'un passé qui a fui.

La suite d'autrefois se croyait l'infini,
Inutile, et que sans la comprendre utilise
Le maladroit conscrit, lui que Valiron grise
De son cours ténébreux qui distille l'ennui.

Ignorant les secrets de la Topologie
A l'espace infligée, et toi qui l'étudies
Il nage dans l'erreur où son langage est pris.

Il contemple étonné, comme enivré d'un philtre,
L'adherence, un manteau qu'il n'a jamais compris,
Que vêt, sur un compact, immobile, le FILTRE.

Le plan général 1947

I. Ensembles, II. Algèbre, III. Topologie générale

Bloc lineaire:

IV. Fonctions d'une variable réelle, V. Espaces vectoriels topologiques,

VI. Intégration, VII. Différentielles (théorie locale)

Bloc topologico-différentiel:

VIII. **Topologie algébrique**, IX. Variétés différentiables,

X. Groupes de Lie

Le Plan 1950

Part I.

1. Ensembles
2. Algèbre
3. Topologie générale
- 3^{bis}. Topologie géométrique
4. Fonctions d'une variable réelle
5. Espaces vectoriels topologiques
6. Intégration
7. Variétés différentiables
8. Fonctions analytiques
9. Groupes de Lie

Part II treated Commutative Algebra, Part III Algebraic Topology and its applications, and Part IV Functional Analysis.

Henri Cartan et Jean-Pierre Serre



Le Plan final

I. Théorie des ensembles

II. Algèbre

III. Topologie générale

IV. Fonctions d'une variable réelle

V. Espaces vectoriels topologiques

VI. Intégration

et plus tard

VII. Algèbre commutative

VIII. Groupes et algèbres de Lie

IX. Théories spectrales

Variétés différentielles et analytiques (fascicule de rsultats)