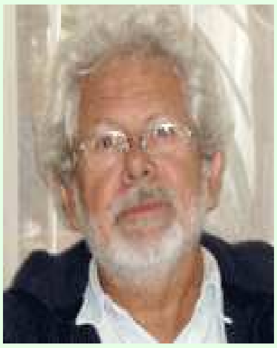
Organisent

3ème GéToϕMa-Edition 2013

3ème Rencontre de Topologie, Géométrie et de Physique Mathématique

Rabat, 6-8 Juin 2013

A la mémoire de Jean-Louis Loday (1946-2012)



Partenaires

.

Sommaire

1 Description de l'événement :

Les rencontres de Géométrie,Topologie et de Physique Mathématique (GéToϕMa) ont pour but principal de promouvoir la recherche en mathématiques fondamentales en général, mais en topologie algébrique en particulier. La topologie algébrique est une discipline mathématique qui puise ses thème de recherche en algèbre, topologie, géométrie essentiellement, mais d'autres champs de recherche, notamment en physique, informatique,...La première rencontre a eu lieu à l'UIR de Rabat en mars 2011, la 2ème a été organisée conjointement par l'UIR et le CRMEF de Rabat en Juin 2012. La 3ème rencontre sera organisée par l'UIR et le CRMEF de Rabat sous forme de mini-école sur trois thèmes d'actualités : Opérades (Bruno Vallette, Univ. Nice, France), TQFT (Laurent Charles, Paris, France) et Topologie Robotique (Lucile Vandembroucq, Univ. Braga, Portugal). Des exposés sur d'autres sujets d'actualité en physique mathématiques (Trous noirs, théorie des cordes, théorie quantique de l'information) seront donnés en parallèles de ces cours. Enfin, rappelons que cette rencontre est organisé en hommage à la mémoire de Jean-Louis Loday (1946-2012)

2 Organisateurs :

Ces rencontres sont annullement organisées par un groupe de recherche marocain en topologie algébrique (plus précisement en homotopie rationnelle). Ce groupe de recherche est composé de deux professeurs, d'un docteur et de sept doctorants, il tient un séminaire mensuel régulier à la faculté des sciences de Meknes, à la faculté des sciences Ain Chock de casablanca, au CRMEF de Rabat et à l'UIR de Rabat. La page officielle de ce groupe de recherche est http ://algtop.net

3 Topologie algébrique :

La topologie algébrique, domaine de recherche mathématique fondé par Poincaré vers la fin du 19e siècle, s'intéresse à la reconnaissance de formes géométriques, même de haute dimension, ainsi qu'aux propriétés de ces formes, qui ne varient pas quand on les déforme de manière élastique, sans couper ni coller. Les topologues algébristes créent des outils mathématiques pour classifier et décrire ces formes, entre autres par un calcul du nombre de «trous» de différentes dimensions que de telles formes géométriques possèdent.

Plus précisément, le topologue algébriste cherche à déterminer les classes d'équivalences d'espaces topologiques sous une relation d'équivalence appelée la relation d'homotopie, définie en termes de déformation continue. Pour arriver à cette fin on fait appel à des invariants homotopiques algébriques, des fonctions qui associent à chaque espace un objet algébrique (un nombre, un polynôme, un groupe...) de telle manière à ce que deux espaces ayant le même type d'homotopie soient associés au même objet algébrique. Parmi les exemples importants d'invariants homotopiques d'un espace topologique sont ses groupes d'homotopie (en particulier, son groupe fondamental), ses groupes d'homologie et sa catégorie de Lusternik-Schnirelmann.

Il y a de nombreuses applications importantes de la topologie algébrique, entre autres

- ☞ à la physique mathématique,
- ☞ à l'étude des macromolécules, via la théorie des nœuds,
- ☞ à l'informatique, via la topologie dirigée ainsi que la théorie homotopique des types introduite par Vladimir Voevodsky,
- ☞ aux statistiques, via l'analyse topologique de données initiée par Gunnar Carlsson,
- ☞ à la robotique, via la théorie complexité topologique introduite par Michael Farber,
- ☞ et aux systèmes dynamiques.

4 Henri Poincaré (1854-1912) :

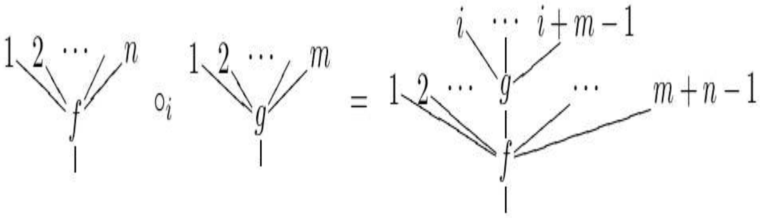
Fondateur de la topologie algébrique, malgré son inaptitude sportive et artistique, il se classe premier au concours d'entrée à l'École polytechnique en 1873, puis à l'École des Mines de Paris, en 1875, il obtient en 1879, le doctorat en mathématique. Deux ans plus tard, il obtient des résultats marquants en mathématiques (sur la représentation des courbes et sur les équations différentielles linéaires à coefficients algébriques), et rapidement, il s'intéresse à l'application de ses connaissances mathématiques en physique et plus particulièrement en mécanique. il applique ses travaux à la télégraphie sans fil qui permet d'établir l'existence de régimes d'ondes entretenues. Pour quelques uns, Poincaré est le père de la relativité, si les physiciens de l'époque étaient parfaitement au courant des travaux de Poincaré, le grand public l'a ensuite presque oublié, alors que le nom d'Einstein est aujourd'hui connu de tous. Récemment, quelques voix sont allés plus loin, cherchant à faire de Poincaré l'auteur de la théorie de la relativité.

5 Jean-Louis Loday (1946-2012) :

est un mathématicien français né en 1946 en Bretagne. Après des études aux lycée Clémenceau de Nantes, il part en classe préparatoire au Lycée Louis-le-Grand à Paris pour y travailler le concours d'entrée à l'Ecole normale supérieure, qu'il intègre en 1965. Il obtient l'agrégation de mathématiques en 1969, puis un doctorat ès sciences en 1975 sous la directeur de Max Karoubi. Il fut directeur de recherches au CNRS et a passé toute sa carrière à l'IRMA de Strasbourg, dont il fut le directeur. Ses travaux de recherche portent sur l'algèbre et la topologie. Il a commencé par étudier la K-théorie algébrique dans les années 70, âge d'or de ce domaine. Il a ensuite travaillé sur l'homotopie algébrique (modules croisés, excision homotopique), notamment avec Ronnie Brown. Au début des années 80, il travaille sur la version additive de la K-théorie : l'homologie cyclique. Six mois après l'introduction de cette dernière par Alain Connes, il lui découvre une application importante avec Daniel Quillen dans le domaine de la cohomologie des algèbres de Lie de matrices (résultat trouvé indépendamment par Boris Tsygan). Les années 90 lui ont apporté la notion d'opérade algébrique, qu'il a développée jusqu'à sa mort. Grace aux opérades, il a introduit et étudié en détail de nombreux types d'algèbres : algèbre de Leibniz, algèbre dendriforme, bigèbres généralisées, par exemple. Il s'est beaucoup intéressé aux algèbres de Hopf combinatoires, comme celles qui apparaissent en théorie de la renormalisation, et au polytope de Stasheff qui code les algèbres associatives à homotopique près. jean-Louis a publié 75 articles de mathématique ainsi que deux livres de références, l'un sur l'homologie cyclique et l'autre sur les opérades algébriques avec Bruno Vallette. Il a encadré 15 thèses et a fait venir à Strasbourg de nombreux postdocs. Il a organisé de nombreuses conférences et écoles. Il savait que la recherche mathématique ne se fait jamais seul dans son coin. Il ne s'est jamais comporté comme un chercheur isolé et avare de son temps et de ses idées. Il accordait toujours beaucoup d'attention aux étudiants et à ses collègues. Il était en outre incapable de refuser une invitation à donner un exposé ou un cours, même à l'autre bout de la planète (Montréal, Chili, Kazakhstan ces dernières années). Tous ceux qui l'ont rencontré ont eu le privilège de croiser une personne magnifique. Cela fait parti de ces rares rencontres qui illuminent une vie. Tous ceux qui l'ont connu se souviendront par dessus tout de son humour, de son humanité, et de son amour pour l'art et les mathématiques.

6 Opérades :

Une opérade est un outil mathématique qui sert à coder tous les types d'opérations algébriques (addition, multiplication, etc.). La différence principale entre l'algèbre classique et la théorie des opérades est dans l'objet d'étude. En algèbre classique, on s'occupe des éléments de l'algèbre, que l'on multiplie. En théorie des opérades, ce sont les opérations que l'on étudie en les composant. Pour faire court on peut dire que, là où en algèbre, on voyait des nombres entiers, en théorie opéradique on voit apparaitre des arbres pour représenter les compositions itérées d'opérations (ou plus généralement des graphes pour coder les opérations à plusieurs entrées et plusieurs sorties).



Cette théorie a pris naissance dans les années 70 en topologie algébrique (école de Chicago : J.M. Boardman, S. MacLane, P. May, J. Stasheff, R. Vogt), essentiellement pour caractériser les espaces de lacets (quand est-ce qu'un espace est homotopiquement équivalent à un espace de lacets ?) et pour coder la notion d'algèbre à homotopie près. Il y a eu ensuite une renaissance des opérades dans les années 90. L'utilisation des opérades algébriques a alors permis d'étendre la dualité de Koszul (V. Ginzburg, E. Getzler, M. Kapranov, J. Jones), de démontrer la quantification par déformation des variétés de Poisson (M. Kontsevich), d'interpréter l'homologie des graphes, d'étudier les espaces de modules de courbes algébriques (Y.I. Manin) et de démontrer la conjecture de Deligne (D. Tamarkin). La notion d'opérade est universelle ; elle traverse l'ensemble des mathématiques. Elle est aujourd'hui activement utilisée dans les domaines suivants.

- ☞ Algèbre (algèbre universelle),
- ☞ Combinatoire algébrique (algèbres de Hopf combinatoires),
- ☞ Géométrie algébrique (espaces de modules de courbes),
- ☞ Géométrie différentielle (géométrie de Poisson),
- ☞ Informatique théorique (système de réécriture)
- ☞ Physique mathématique (renormalisation, théorie de champs),
- ☞ Théorie des catégories (catégories supérieures),
- ☞ Topologie algébrique (espaces de lacets itérés, algèbre homotopique).

7 Topological Robotics :

Le but principal de la robotique est la création de robots autonomes (Latombe, 1991). De tels robots doivent être en mesure d'exécuter (output) des tâches (input) très précises sans « aucune » intervention humaine. Le robot décide de la façon d'exécuter la tâche. Le mot robot a été utilisé pour la première en 1921 par Karel Capek dans sa pièce «Possum de Universal Robots ». « La robotique » comme mot a été inventé par Isaac Asimov en 1940 dans son livre "I, robot".

Ce qui lie la robotique à la topologie est la notion de l'espace de configuration : les états possibles d'un système mécanique. On peut prédire le degré d'instabilités du mouvement du robot si on dispose d'informations suffisantes sur la topologie et géométrie l'algèbre de l'espace de configuration.

La théorie de la complexité topologique pour la planification du mouvement d'un robot a été inventée par Michael Farber (2003, 2004). Elle s'inspire de travaux précédents de Schwarz (1966), Smale (1987) et Vassiliev (1988) sur la notion de complexité topologique d'un algorithme. Depuis alors, cette notion a connu un essor international et un intérêt continue et des applications dans d'autres domaines.

En robotique, lorsque l'on veut planifier les mouvements d'un système mécanique, on doit être capable de décrire à l'avance le mouvement que devra effectuer le système afin de passer d'une position initiale donnée à une position finale donnée. En considérant l'espace de toutes les positions possibles, c'est-à-dire l'espace appelé "espace des configurations" du système, un mouvement n'est rien d'autre qu'un chemin dans cet espace allant d'un point initial à un point final. Ainsi une planification complète des mouvements consiste d'une fonction qui associe à chaque couple (point initial, point final) un chemin liant les deux points donnés. On peut vite se rendre compte qu'en général une telle fonction ne pourra pas être donnée par une unique formule ou, plus exactement, qu'elle ne sera pas continue. Il faudra alors admettre de la définir par plusieurs formules ou, plus exactement, à partir de plusieurs fonctions continues mais définies seulement localement. La complexité topologique du système, définie par Michael Farber au début des années 2000, correspond au nombre minimal de formules (fonctions locales) nécessaires pour décrire une planification complète des mouvements. Ce nombre se révèle être un invariant du type d'homotopie de l'espace des configurations et peut être calculé, ou tout au moins estimé, à l'aide d'outils de topologie algébrique tels que la cohomologie ou les modèles issus de la théorie de l'homotopie rationnelle.

8 Topological Quantum Fields Theory (TQFT) :

Les interactions entre la géométrie et la physique ont joué un rôle important au vingtième siècle, par exemple la géométrie riemannienne et la théorie de la relativité générale due à Einstein. Plus récemment depuis la fin des années 80, sous l'impulsion de Michael Atiyah et Edward Witten, les théories quantiques des champs topologiques, en bref TQFT, ont apporté une nouvelle compréhension de la topologie de petite dimension. Ainsi la TQFT en dimension 2+1, a permis la définition de nouveaux invariants des variétés tridimensionnelles liés au polynômes de Jones des noeuds. Mais cette théorie dépasse largement les questions purement topologiques et présente une grande richesse mathématique : géométries symplectique et algébrique des espaces de modules, leur quantification, représentations des groupes de lacets, des groupes quantiques... La TQFT en dimension 3+1 quant à elle, explique les relations entre les invariants des variétés de dimension 4 dus à Donaldson, l'homologie de Floer et la théorie de Yang-Mills. Elle a connu de nombreux développements, notamment les invariants de Seiberg-Witten et la théorie de Heegard-Floer, et a permis des progrès importants en topologie de dimensions 3 et 4.

9 L'infini, en mathématiques et en physique :

9.1 En Physique :

Comme l'a énoncé Galilée, la physique s'écrit dans le langage des mathématiques. De ce fait, les infinis qui s'introduisent en mathématiques doivent aussi intervenir en physique. Par la simple opération d'inversion, les mathématiques font correspondre des petits nombres aux grands nombres. Cela établit une correspondance entre le zéro et l'infini. Ainsi, selon la Physique d'Aristote, l'infiniment petit est symétrique de l'infiniment grand : il s'agit d'un infini par division, c'est à dire un inépuisable qui se manifeste lorsqu'on coupe indéfiniment les grandeurs. Le problème de l'infiniment petit dérive du fait qu'une grandeur finie - la longueur d'un segment, une durée, une quantité de matière - peut être, au moins par la pensée, divisée en une infinité de sous - éléments. Pour repérer les changements ou les mouvements d'un système, il convient de mener l'analyse la plus fine possible, de considérer des intervalles spatiaux ou temporels et des quantités de matière les plus infimes, à la limite infiniment petits. C'est ainsi que cinématique et dynamique conduisent à envisager des quantités de temps ou d'espace infiniment petites. De même, à propos de la matière et des grandeurs qui en mesurent l'extension, telles la masse, le volume, etc., l'infiniment petit se révèle incontournable. Dans tous ces cas - l'espace, le temps, la masse - la divisibilité à l'infini est reliée au caractère continu des choses. L'expérience du continu est enracinée au plus profond de notre manière d'appréhender le monde : le continu constitue l'indice intuitif de la solidité des choses, de la consistance et de la permanence du monde qui nous environne.

9.2 En Physique quantique :

Au vide s'opposent les états « excités ». Et ce sont les excitations par rapport au fondamental que nous interprétons en termes de présence de particules, par exemple des électrons qui se déplacent en fait dans une mer de particules virtuelles, de toutes les espèces : autres électrons, photons, quarks, leptons, etc. La présence de l'électron trouble l'activité du vide. la diversité infinie de ces interactions fantômes implique des quantités infinies d'énergie. L'infinie complexité de cette situation semble défier la compréhension et le calcul. Les problèmes surgissent par exemple lorsque l'on cherche à calculer l'énergie d'un électron. Le calcul direct aboutit à une valeur infinie : dans cette mer agitée par l'activité du vide, l'électron est enveloppé d'un voile frémissant d'énergie mal localisée, et qu'il faut bien prendre en compte

9.3 En Mathématiques :

Depuis l'antiquité, les philosophes et les mathématiciens ont cherché à appréhender la notion de l'infini. Nous pouvons néanmoins distinguer deux périodes : une longue période où l'infini potentiel était prépondérant, un infini qui n'en ai pas un selon George Cantor [1845-1918]. Puis la période après Georg Cantor où l'on accepte la manipulation de la notion de l'infini actuel introduite rigoureusement par ce dernier, non sans mal. L'objectif de cette conférence est de retracer l'évolution de la réflexion sur la notion de l'infini et la répercussion de cette évolution sur le domaine des mathématiques.

10 Détails techniques :

10.1 Comité scientifique :

- Ait Ben Haddou Malika, Univ. Meknes, Maroc
- Blanchet Christian, Univ. Paris 7, France
- Hess Kathryn, EPFL Lausanne, Suisse
- Hilali Mohamed Rachid, Univ. Casablanca, Maroc
- Maaroufi Nadir, Univ. Internationale de Rabat, Maroc
- Rami Youssef, Univ. Meknès, Maroc
- Saidi El Hassane, Univ. Rabat, Maroc

10.2 Comité d'organisation :

- Chentoufi Mouna, UIR, Rabat, Maroc
- Hilali Mfeddal, UIR, Rabat, Maroc
- Maaroufi Nadir, Univ. Internationale de Rabat, Maroc
- Mamouni My Ismail, CPMEF, Rabat, Maroc
- Salhi Salh, CPMEF, Rabat, Maroc
- Rmili Hatim, Univ. Internationale de Rabat, Maroc

10.3 Programme :

- **6 Juin 2013, UIR-Rabat :**
  - 8h30-9h : Accueil des participants, inscription.
  - 9h-10h : Cours Topologie Robotique (45mn), Lucile Vandembroucq, Univ. Braga, Portugal
  - 10h-11h : Cérémonie d'ouverture officielle

- ✉ Mot de l'UIR, A. Ezbakhe
- ✉ Mot du CRMEF, M. Bayoud
- ✉ Mot des Conférenciers : L. Vandembroucq
- ✉ Mot des Organisateurs : M.R. Hilali

- 11h-11h30 : Pause-café
- 11h30-12h30 : Cours TQFT (45mn), Laurent Charles, Institut Jussieu, Paris, France
- 12h30-14h30 : Déjeuner
- 14h30-15h30 : Exposé de Physique mathématique (45mn)
- La Supersymétrie, El Hassane Saidi, Univ. Rabat, Maroc
- 15h30-16h30 : Cours Topologie Robotique (45mn), Lucile Vandembroucq, Univ. Braga, Portugal
- 16h30-17h : Pause-café
- 17h-18h : Cours TQFT (45mn), Laurent Charles, Institut Jussieu, Paris, France

☞ **7 Juin 2013-CRMEF, Rabat :**

- 9h-10h : Cours Opérades (45mn), Bruno Vallette, Univ. Nice, France
- 10h-11h : Exposé de Physique mathématique (45mn), La théorie des cordes, Adil Belhaj, CNESTEN, Rabat, Maroc
- 11h-11h30 : Pause-café
- 11h30-12h30 : Cours Topologie Robotique (45mn), Lucile Vandembroucq, Univ. Braga, Portugal
- 12h30-14h30 : Déjeuner
- 14h30-15h30 : Cours Opérades (45mn), Bruno Vallette, Univ. Nice, France
- 15h30-16h30 : Cours TQFT (45mn), Laurent Charles, Institut Jussieu, Paris, France
- 16h30-17h : Pause-café
- 17h-18h : Exposé de Physique mathématique (45mn), États Cohérents en Théorie quantique de l'information, Mohamed Daoud, Univ. Agadir, Maroc
- 18h30-20h : Conférence publique : L'infini, les mathématiques et la physique, Saidi El Hassane, Univ. Rabat, Maroc et Maaroufi Nadir, Univ. Internationale de Rabat, Maroc

☞ **8 Juin 2013-UIR, Rabat :**

- 9h-10h : Cours TQFT (45mn), Laurent Charles, Institut Jussieu, Paris, France
- 10h-11h : Cours Opérades (45mn), Bruno Vallette, Univ. Nice, France
- 11h-11h30 : Pause-café
- 11h30-12h30 : Cours Topologie Robotique (45mn), Lucile Vandembroucq, Univ. Braga, Portugal
- 12h30-14h30 : Déjeuner
- 14h30-15h30 : Cours Opérades (45mn), Bruno Vallette, Univ. Nice, France
- 15h30-16h30 : Surveys (20mn)
  - ✉ Algèbre de Lie en Physique : Malika Ait Ben Haddou, Univ. Méknes, Maroc
  - ✉ TQFT : Laurent Charles, Institut Jussieu, Paris, France
- 16h30-17h : Pause-café
- 17h-18h : Surveys (20mn)
  - ✉ Topologie Robotique : Lucile Vandembroucq, Univ. Braga, Portugal
  - ✉ Opérades : Bruno Vallette, Univ. Nice, France
- 18h30-19h : Cérémonie de clôture

☞ **9 Juin 2013 :**

- 10h-18h : Visité guidée de la médina