

# THÈSE DE DOCTORAT

Discipline

**Mathématiques Fondamentales**

Spécialité

**Topologie Algébrique**

Présentée par

**Hicham YAMOUL**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR EN SCIENCES**

Sujet de la thèse :

## **LA CONJECTURE DE HILALI POUR LES ESPACES DE CONFIGURATIONS**

Soutenue publiquement le 17 février 2016

A la Faculté des Sciences-Ain Chock-Université Hassan II-Casablanca

devant le jury composé de :

Pr. Mustapha BOUHAMZA	Faculté des Sciences-Ain Chock	Président du Jury
Pr. Hinda HAMRAOUI	Faculté des Sciences-Ain Chock	Rapporteur
Pr. Youssef RAMI	Faculté des Sciences-Meknes	Rapporteur
Pr. Jean-Paul DOERAENE	Université de Lille 1-France	Rapporteur
Pr. Mohammed EL HAOUARI	Université de Lille 1-France	Examineur
Pr. Hamid ABCHIR	EST-Casablanca	Examineur
Pr. Mohamed Rachid HILALI	Faculté des Sciences-Ain Chock	Directeur de thèse

---

# La Conjecture de Hilali pour les Espaces de Configurations

---

**Résumé :** *Les travaux présentés dans cette thèse portent sur la résolution de quelques questions de l'homotopie rationnelle pour certains types d'espaces topologiques. Il s'agit d'abord de la réponse à la Conjecture de Hilali pour les espaces de configurations de variétés fermées. Nous exposons un bref historique et les différents résultats concernant la conjecture, notamment les résultats de Hilali et Mamouni d'une part, et le résultat de Murillo et Al. d'autre part, et nous montrons ensuite que la Conjecture est vraie si l'espace de configuration est rationnellement elliptique. Nous montrons aussi la conjecture dans le cas des espaces de configurations des espaces projectifs complexes à deux points. Dans un autre résultat nous précisons dans quels cas l'espace de configurations est rationnellement hyperbolique. Dans la deuxième partie de la thèse, et puisque l'objectif essentiel de l'homotopie rationnelle est de trouver les types d'homotopie des espaces topologiques, notamment pour les espaces de configurations, nous donnons explicitement une algèbre à dualité de Poincaré faiblement équivalente au modèle rationnel pour les espaces de configurations d'orbites associées à des actions de groupes finis, en se basant sur la méthode de Lambrechts-Stanley. Dans la dernière partie, nous établissons le théorème de classification en dimension cohomologique égale à 8 avec  $\chi_\pi = 0$ . Nous exposons à la fin quelques questions de recherche concernant essentiellement l'action des groupes sur des algèbres de cohomologie, en particulier les modèles minimaux ainsi que certaines questions sur les espaces de configurations d'orbites, en se basant sur l'approche de la théorie d'homotopie rationnelle.*

**Mots Clés :**

*Modèle minimal de Sullivan, La Conjecture de Hilali, Espaces de Configurations, Espaces de Configurations d'Orbites, Espaces Elliptiques, Algèbre à dualité de Poincaré, Type d'homotopie rationnelle, Algèbres de cohomologie.*

**AMS classification :** Primary 55P62 55P15 55R10 Secondary 55P10 55Q05 55Q52

---

# The Hilali Conjecture for the Configuration Spaces

---

**Abstract :** *The work presented in this thesis focuses on some questions of rational homotopy type of certain topological spaces, firstly, it is about the proof of the Hilali Conjecture for the Configuration spaces of closed manifolds, we exhibit a brief survey on the last facts and results concerning the conjecture, namely, the results of Hilali and Mamouni on one hand, and the results of Murillo et al. and Amann on the other hand, we prove that the Conjecture is true if the configuration spaces are rationally elliptic, we prove also the Conjecture in the case of the configuration spaces of complex projective spaces, in another result, we specify in which cases the configuration spaces are rationally hyperbolic. The second part concerns the study of the orbit configuration spaces; by the Lambrechts-Stanley method, we give a Poincaré duality algebra weakly equivalent to the rational model of orbit configuration spaces associated to finite group action. In the last part of the thesis, we establish the Classification theorem of the rational homotopy type for elliptic spaces of cohomological dimension 8 with  $\chi_\pi = 0$ . We finish by emphasizing some questions and open problems essentially on the group actions on algebras, in particular the minimal models and some questions about orbit configuration spaces, by using the rational homotopy theory approach.*

**Key words :**

*Sullivan minimal models, Hilali Conjecture, Configuration spaces, Orbit Configuration spaces, Elliptic spaces, Poincaré duality algebra, Rational homotopy type, cohomology algebra.*

**AMS classification :** Primary 55P62 55P15 55R10 Secondary 55P10 55Q05 55Q52